物　　　　理　（3問題　100点）

物理問題　I

次の文を読んで，$\boxed{}$には適した式を，$\boxed{\boxed{}}$には適切な語句を，$\{\}$には図3の6つのグラフから適切なものを選びその番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，**問1**，**問2**では指示にしたがって，解答をそれぞれの解答欄の枠内に記入せよ。

図1のように，滑らかな面の上で静止している質量m_1の物体1に向かって，質量m_2の物体2を初速v_0で打ち出したとき，衝突によって物体1が受ける衝撃が，緩衝装置によってどのように弱められるかを考える。物体の大きさは無視でき，運動は図の左右一方向のみとし，空気抵抗や面からの摩擦力はないものとする。緩衝装置のモデルとして，**図2**のような3種類を考える。モデル(a)は，ばね定数Kのばねである。モデル(b)では，自由に空気が出入りできる穴のあるピストンがシリンダー内を動き，シリンダーから一定の大きさFの動摩擦力を受けるものとする。モデル(c)では，穴のあるピストンが，油のつまったシリンダー内を動き，シリンダーに対する相対的な速さに定数Cを乗じた大きさの粘性力を受けるものとする。衝突の間，これらの緩衝装置が縮みきってしまうことはないとする。以下，緩衝装置の質量m'はm_1およびm_2に比べて十分小さいものとし，力，速度，加速度などのベクトル量は，図の右方向を正として表す。

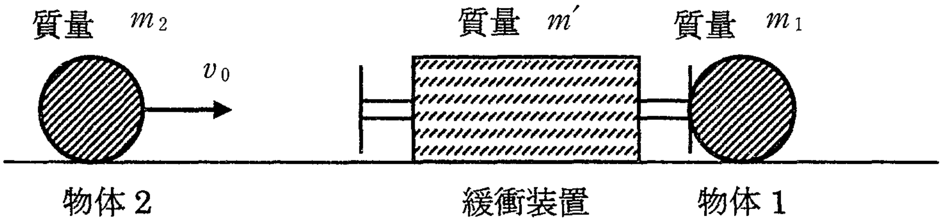
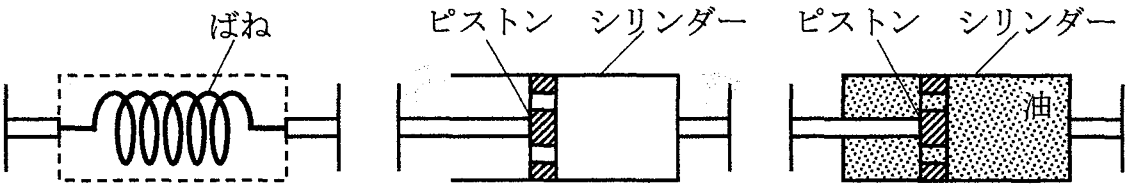


図1



(a) ばねの復元力　(b) 動摩擦力　(c) 粘性力

図 2

(1) 緩衝装置の右端と左端がそれぞれ物体1と物体2におよぼす力をf_1，f_2とする。まず，緩衝装置の全質量m'がm_1，m_2に比べて十分に小さいときは，$f_1+f_2=0$としてよいことを以下で確認しておこう。 $\boxed{\text{ア}}$ の法則より，緩衝装置が物体1と物体2から受ける力はそれぞれ$-f_1$，$-f_2$である。よって，緩衝装置が受ける外力の和は$-f_1-f_2$であり，それは緩衝装置の重心の加速度に $\boxed{\text{イ}}$ をかけたものに等しい。緩衝装置の重心の加速度は物体1や物体2の加速度と同程度の大きさであるので，m'がm_1およびm_2に比べて十分小さいとき，f_1+f_2はf_1およびf_2に比べて無視してよいのである。

(2) 次に，物体1と物体2の相対運動について考える。(1)で確認したことより，物体1と物体2の加速度をa_1，a_2とし，f_1をfとおくと，運動方程式はそれぞれ$m_1a_1=f$，$m_2a_2=-f$と書ける。この2つの式の両辺をそれぞれm_1，m_2で割り，それらの差をとると，$a_1-a_2=$ $\boxed{\text{ウ}}$ となる。この式は，a_1-a_2が物体2に対する物体1の相対運動の加速度aであることに注意すると，$ma=f$という形に書ける。ここで，mは換算質量と呼ばれ，m_1とm_2により $\boxed{\text{エ}}$ と表される。すなわち，質量がm_1とm_2の2つの物体の相対運動は，質量がmの1つの物体の運動と同じ方程式にしたがう。

(3) 以上のことから，モデル(a), (b), (c)の各場合に物体１が受ける力を時間の関数としてグラフで示すと，それぞれ図３の｛ オ ｝，｛ カ ｝，｛ キ ｝となる。モデル(a), (b), (c)の各場合に，物体１が力を受けている時間はそれぞれ $\boxed{ク}$，$\boxed{ケ}$，無限大であり，力の最大値はそれぞれ $\boxed{コ}$，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$ である。（$\boxed{ク}$ ～ $\boxed{シ}$ では m を用いてもよい。必要ならば，物体が速度に比例し速度と逆向きの力を受ける場合，速度の絶対値は時間とともに指数関数的に減少することを用いよ。）

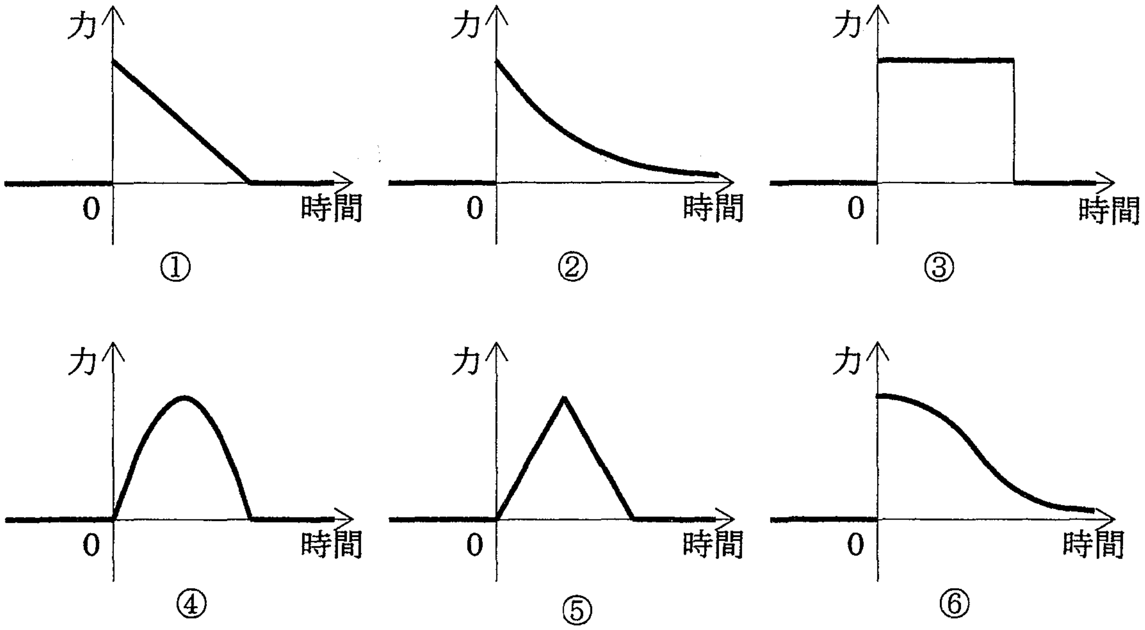


図３

◇M10(601—55)

問 1　モデル(a)の場合，衝突後十分な時間がたったあとの物体 1 の速度は，ばね定数 K に依存しない。その理由を簡潔に述べよ。

問 2　静止している自動車に別の自動車が追突した。乗客は幸い無事であったが，自動車は 2 台ともかなりつぶれてしまった。このとき，静止していた自動車の乗客が衝突によって感じる，水平方向の加速度の大きさの最大値はいくらか。解答にいたる過程を説明したうえで，有効数字 2 けたで解答せよ。自動車の質量はいずれも 1.0×10^3 kg，追突した自動車の初速は時速 18 km であり，2 台の自動車は衝突部分がつぶれて 25 cm ずつ短くなった。つぶれた部分を緩衝装置とみなし，モデル(b)で解析せよ。2 台ともブレーキをかけておらず，地面との摩擦は無視でき，また，自動車のつぶれた部分および乗客の質量は無視できるとする。

物理問題　II

次の文を読んで，文中の $\boxed{}$ に適した式を，それぞれの解答欄に記入せよ。また，**問1**では指示にしたがって所定の解答欄に記入せよ。

磁石を傾斜したアルミニウム板の上で滑らせると，力学的摩擦が無視できる場合でも，磁石の滑り落ちる速さは短時間のうちにほぼ一定値に達する。これは，磁石の運動にともなってアルミニウム板の内部にうず電流が生じ，このうず電流から磁石が力を受けるために起こる現象である。以下の装置は，この現象をモデル化したものである。

図1のように，水平面に対し角度 θ で傾斜させた滑り台状のプラスチックの板の上から，質量 m の磁石を滑らせる。磁石の大きさは幅 a，長さ b で，厚みは薄いものとする。また磁石の真下には磁石の底面に垂直下向きの強い一様な磁束密度 B が生じており，その他の位置への磁束密度はここでは考慮しないことにする。板には磁石がなめらかに滑るような幅 a の溝があり，溝の底面には幅 a，長さ b，電気抵抗 R の長方形の閉じた電線(一巻きのコイル) L_1，L_2，…，L_n，L_{n+1}，…が，お互い電気的に絶縁されてすき間なく多数埋め込まれている。電線の太さは無視できるものとし，またコイル間の相互インダクタンスは無視でき，コイルの自己インダクタンスも十分に小さく，誘導起電力に応じて電流は十分速く変化するものとする。重力加速度を g とし，磁石と板との間の摩擦力および空気抵抗は無視できるものとする。

この状況では，滑り出して一定時間の後には，磁石の運動は，近似的に等速度運動になる。このときの速度を終端速度という。

(1)　まず，磁石が速さ V の終端速度で運動する場合を考える。

上から n 番目のコイル L_n の上端に磁石が達した時刻を $t=0$ とし，それを基準に測った時刻を t とする。このとき，コイル L_n を貫く磁束は，$0<t<b/V$ のとき $BaVt$，$b/V<t<2b/V$ のとき $\boxed{\text{イ}}$，その他の時刻では0となる。コイル L_n に誘導される電流は，上から見て時計回りを正方向にとると，$0<t<b/V$

のとき $\boxed{\text{ロ}}$ となり，$b/V < t < 2b/V$ のとき $\boxed{\text{ハ}}$ となる。したがって，磁石がコイル L_n におよぼす力は，傾斜した板の表面に沿って下向きを正にとると，$0 < t < b/V$ のとき $\boxed{\text{ニ}}$ であり，$b/V < t < 2b/V$ のとき $\boxed{\text{ホ}}$ である。

このことから，すべてのコイルから磁石が受ける力 F は，斜面に平行に下向きを正にとると，$F = -CV$ と表すことができ，$C =$ $\boxed{\text{ヘ}}$ となる。磁石に働く重力も考慮すると，速さは $V =$ $\boxed{\text{ト}}$ と求められる。（$\boxed{\text{ヘ}}$ と $\boxed{\text{ト}}$ は F，C，V を用いずに表せ。）

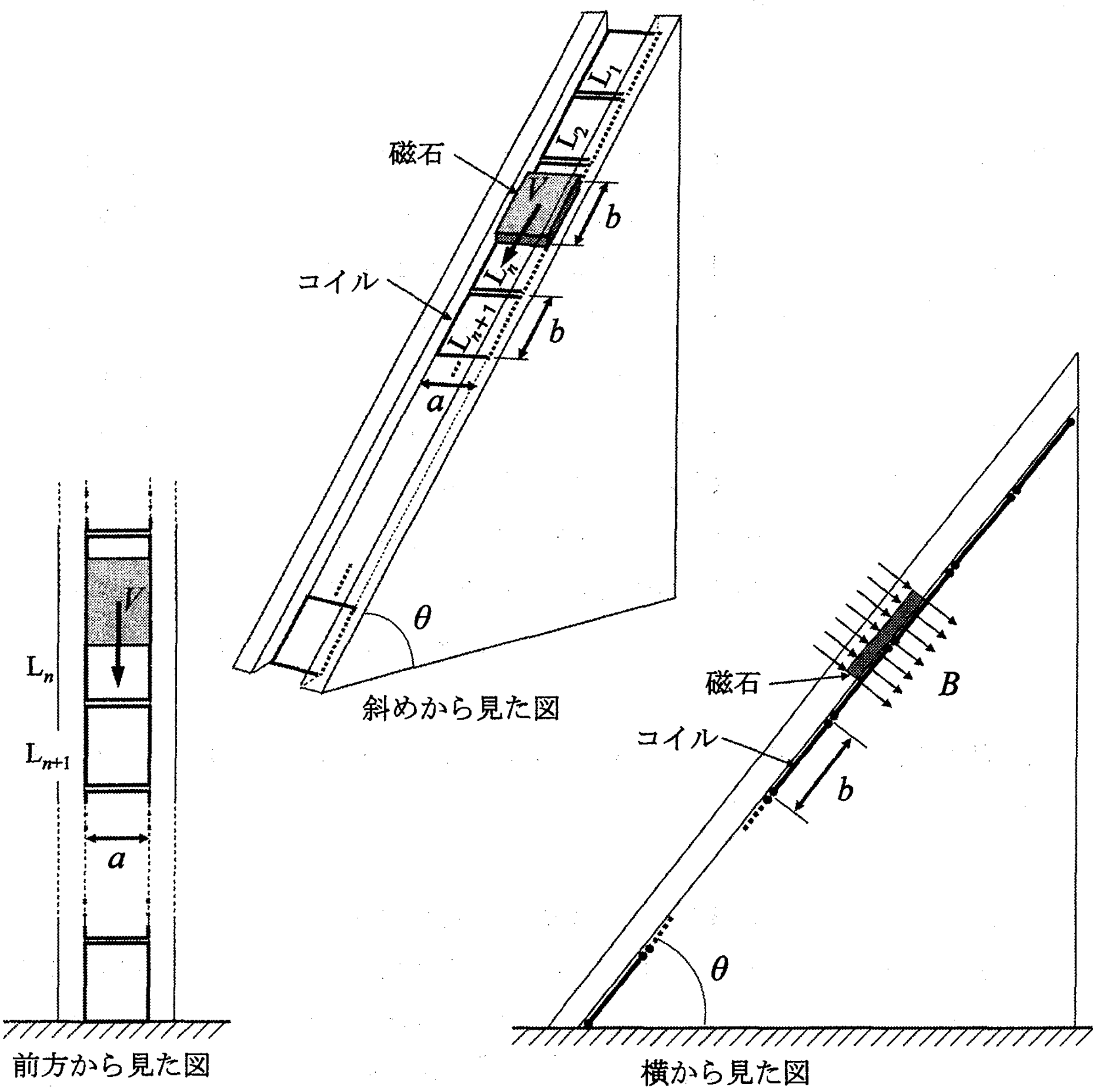


図1

(2) 次に，磁石を静止状態から $t=0$ で静かに離した後，速度が終端速度（大きさ V）に近づく様子を考える。（(1)の場合とは時刻の原点が異なることに注意せよ。）

時刻 t における磁石の速さを $v(t)$ とすると，(1)の場合と同様に，コイルから磁石が受ける力 F は，$C=$ $\boxed{\text{ヘ}}$ を用いて，$F=-Cv(t)$ と表すことができる。（F および $v(t)$ は，斜面に平行に下向きを正にとるものとする。）

したがって，微小時間 Δt を用いて，t から $t+\Delta t$ までの平均加速度を $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ で表すと，磁石に関する運動方程式は $m\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=$ $\boxed{\text{チ}}$ と書ける。（$\boxed{\text{チ}}$ は C を含む式で表せ。）ここで V と $v(t)$ との差に注目し $w(t)=V-v(t)$ とおくと，この運動方程式より，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}$ は w に比例し，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}=$ $\boxed{\text{リ}}$ w と書き表せる。（$\boxed{\text{リ}}$ は m と C を用いて表せ。）

この方程式と同様の式で表される現象のひとつに原子核の崩壊がある。原子核の崩壊においては，時刻 t における原子核の個数を $N(t)$ とすると，十分に短い時間 Δt の間の変化率 $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}$ は $N(t)$ に比例し，正の係数 β を用いて $\dfrac{\Delta N}{\Delta t}=-\beta N$ と表せる。このような $N(t)$ は，$N(t)=N(0)e^{-\beta t}$ と書けることが知られている。（$e\fallingdotseq 2.72$ は自然対数の底である。）

したがって，$\dfrac{\Delta w}{\Delta t}=$ $\boxed{\text{リ}}$ w から，$v(t)=$ $\boxed{\text{ヌ}}$ と求められる。（$\boxed{\text{ヌ}}$ は C を含む式で表せ。）次に，磁石がどのように終端速度に近づいていくかを考える。まず，$w(t)=V/e$，すなわち，$v(t)=(1-e^{-1})V\fallingdotseq 0.63\,V$ となる時刻 t_0 を考えると，m と C を用いて，$t_0=$ $\boxed{\text{ル}}$ と表される。この t_0 を緩和時間という。t_0 を用いると，$t=2t_0$ では $v(t)\fallingdotseq 0.86\,V$，$t=3t_0$ では $v(t)\fallingdotseq 0.95\,V$ となり，磁石の運動が，速さ V の等速度運動に近づいていくことがわかる。

問 1 $m=2.0\,\mathrm{g}$，$\sin\theta=0.80$，$\cos\theta=0.60$，$a=1.0\,\mathrm{cm}$，$b=1.5\,\mathrm{cm}$，$R=1.0\times10^{-3}\,\Omega$，$B=0.50\,\mathrm{T}$，$g=9.8\,\mathrm{m/s^2}$ の場合について，(a)終端速度の大きさ V，および，(b)緩和時間 t_0 を計算し，それらの値を，有効数字 2 けたで単位をつけて，それぞれ所定の解答欄(a)，(b)に記入せよ。

物理問題　III

次の文を読んで，$\boxed{\quad\quad}$ には適した式を，｛　　｝には正しい番号を一つ選び，それぞれの解答欄に記入せよ。また**問** 1，**問** 2，**問** 3 には適切な説明を所定の枠内に記入すること。

熱力学は気体だけではなく，さまざまな対象にも適用することができる。本問ではひも状の物体の熱力学を考えてみよう。あるひも状の物体を引き伸ばし，長さが $L_{\min}$ から $L_{\max}$ の範囲内で張力 X を測定したところ，X は長さ L に依存せず，絶対温度 T および正の定数 A を用いて $X = AT$ と表された。この物体の変形としては，L が $L_{\min}$ から $L_{\max}$ の範囲内にある一次元的な伸縮のみを考え，また内部エネルギー U は正の定数 C を用いて $U = CT$ となるとして，以下の問いに答えよ。

(1)　この物体に外から微小仕事 ΔW を加えて微小量 ΔL だけ伸ばしたときに，$\Delta W = X\Delta L$ という関係式が成り立つ。吸熱量を ΔQ，内部エネルギーの変化を ΔU としたとき，熱力学第一法則より ΔU は，ΔQ，A，T，ΔL を用いて $\Delta U = \boxed{\text{あ}}$ と表される。一方 $U = CT$ より，物体を伸ばしたときの温度変化 ΔT を用いて，内部エネルギーの変化は $\Delta U = \boxed{\text{い}}$ とも書ける。

断熱的に物体をゆっくりと微小量 ΔL 伸ばしたときの温度変化 ΔT は，C，A，T，ΔL を用いて表すと $\boxed{\text{う}}$ となり，温度は｛え：① 下降する。② 変わらない。③ 上昇する。｝ただし，$\Delta L > 0$ とする。

(2)　さて，この物体を断熱的にゆっくりと伸ばした。そのとき $L - \dfrac{C}{A}\log T$ が一定であった。ここで，$\log T$ は T の自然対数である。

問 1　この理由を述べよ。ただし，正の変数 T を $T + \Delta T$ までわずかに変化させたときの $\log T$ の変化量を $\Delta\log T$ と表すと，$\dfrac{\Delta\log T}{\Delta T} = \dfrac{1}{T}$ が成り立つことを用いてよい。

(3)　次に，同じ物体を温度 T に保ったまま，長さ L_0 から L までゆっくりと変化させたときに物体に外から加えられた仕事は $\boxed{\text{お}}$ であり，その間の吸熱量は $\boxed{\text{か}}$ である。ただし，$\boxed{\text{お}}$ および $\boxed{\text{か}}$ は A，T，L_0，L のみで表すこと。

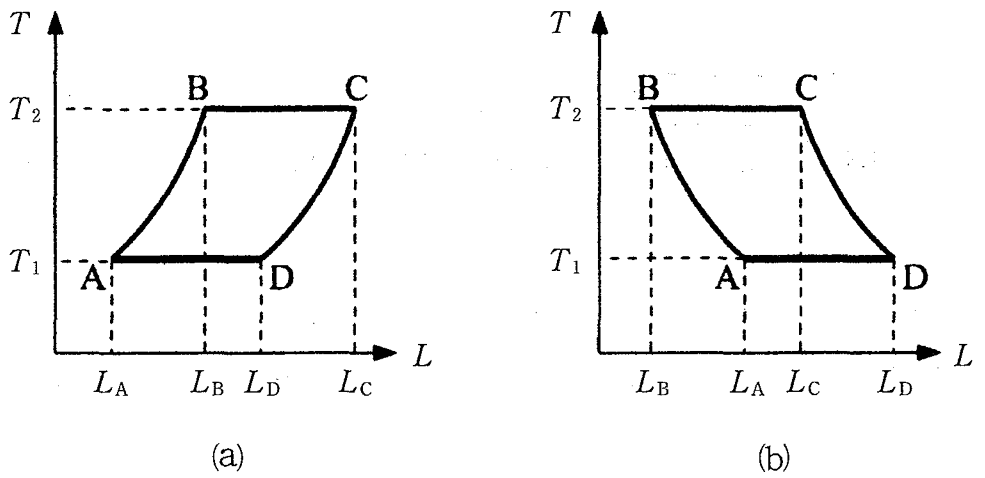


図 1

(4) **図 1** のように横軸を物体の長さ L とし，縦軸を温度 T としてこの物体の状態変化を表す。物体を温度 T_2 に保ちゆっくりと等温変化をさせ，その後ゆっくりと T_1 まで断熱変化させ，さらに温度 T_1 でゆっくりと等温変化をさせた後に，断熱的にゆっくりと温度 T_2 の初めの状態に戻すサイクルを考えよう。高温熱源（温度 T_2）から熱を吸収して仕事をし，低温熱源（温度 T_1）に熱を放出するようなサイクルは，

{ き：① (a)を時計回りに回る。　② (a)を反時計回りに回る。
　　③ (b)を時計回りに回る。　④ (b)を反時計回りに回る。 }

問 2　このサイクルでは，$L_C - L_B$ と $L_D - L_A$ が等しくなる。その理由を述べよ。

(5) 一般にサイクルでの熱効率は，物体がサイクルを通じて外にする正味の仕事を，高温熱源から吸収する熱量 Q_{in} で割った量として導入される。よって，サイクルを動かす間の熱効率は，Q_{in} とサイクルを動かす間に放出する熱量 Q_{out} を用いて $\boxed{\quad く \quad}$ と書ける。

問 3　これまでの結果を用いて，(4)のサイクルの熱効率が $1 - \dfrac{T_1}{T_2}$ となる理由を説明せよ。

物理問題は，このページで終わりである。